HOCHSCHULE ANHALT (FH)
Studienkolleg für ausländische Studierende in Sachsen-Anhalt, Abt. Köthen   Variante A

Feststellungsprüfung im Fach Mathematik, W-Kurs, WS 2007

Name, Vorname:
Seminargruppe/extern:
Anzahl der abgegebenen Blätter (ohne Aufgabenblatt):

Zulässige Hilfsmittel: Wörterbuch (einsprachig), Taschenrechner, Formelsammlung
Zeit: 180 Minuten

1 Bestimmen Sie die Mengen $W = A \cup B$; $X = A \cap \neg B$; $Y = A \setminus C$; $Z = A \Delta B$ aus den gegebenen Mengen $A =]-2;3]$; $B = [0;5]$; $C =]0;3[$. Der Grundbereich sei die Menge der reellen Zahlen $\boldsymbol{R}$.

2 Vereinfachen Sie durch Anwendung der Potenz-, Wurzel- und Logarithmengesetze.

2.1 $$\left[\frac{8x^{n-1}y^n}{25(a-b)}\right]^2 \div \left[\frac{32x^{n-1}y^0}{125(a^2-b^2)}\right] =$$

2.2 $$\ln\{\lg[9 + \log_3(x-1)]\} = 0$$

2.3 $$x = \sqrt[3]{5^{2+\log_5 2} - 23}$$

3 Der Preis einer Ware wurde um 20% reduziert. Die Anzahl der verkauften Ware gefiel dem Verkäufer danach immer noch nicht. Deshalb senkte er den reduzierten Preis nochmals um 30%. Nun wird die Ware zu einem Preis von 50,40 Euro angeboten.

3.1 Zu welchem Preis sollte die Ware ursprünglich verkauft werden?

3.2 Um wie viel Prozent reduzierte der Verkäufer den ursprünglichen Preis insgesamt?

4 Ermitteln Sie die Lösungsmengen.

4.1 $$\left|\frac{x-1}{x+1}\right| \geq 2$$

4.2 $$|x-2| - |3x+2| \leq |x-1|$$

4.3 $$x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6 = 0$$

5 Geben Sie jeweils ein a und b an, für die die Gleichung $2ax^2 - b = 4x^2 - 6 + b$

5.1 genau eine Lösung,

5.2 unendlich viele Lösungen bzw.

5.3 keine Lösung hat.

6 Aus vier Rohstoffen R_1; R_2; R_3; R_4 entstehen in einer ersten Produktionsstufe die drei Zwischenprodukte Z_1; Z_2 und Z_3. Diese werden in der zweiten Produktionsstufe zu den drei Endprodukten E_1; E_2 und E_3 verarbeitet. Für je 1 PE (PE: Planungseinheit) Z_i werden vom Rohstoff R_i 2 PE, vom Rohstoff R_{i+1} 1 PE und von den übrigen Rohstoffen keine PE benötigt. Um je 1 PE E_i herzustellen, werden 1 PE Z_i und von den übrigen Zwischenprodukten je 2 PE verarbeitet.

6.1 Stellen Sie die Zusammenhänge mit Hilfe von Matrizen dar.

6.2 Wie viele Rohstoffe werden für je 1 PE der Endprodukte E_1; E_2 und E_3 benötigt? (Antwort in einer Tabelle)

6.3 Wie viele Rohstoffe R_1; R_2; R_3 und R_4 sind für das kommende Jahr zu kaufen, um die Planzahlen erfüllen zu können? (Antwort in einer Tabelle)
Produktionsplan für das neue Jahr:
1. Halbjahr: 200 PE von E_1; 300 PE von E_2 und 100 PE von E_3
2. Halbjahr: 200 PE von E_1; 100 PE von E_2 und 150 PE von E_3

7 Lösen Sie folgendes LO-Problem graphisch. **(Maßstab: 1 cm = 1 Einheit)** Geben Sie den zulässigen Bereich, den optimalen Punkt und den optimalen Zielfunktionswert an.

$$ZF: Z = \frac{x_1}{3} + x_2 \to \max.$$
$$\begin{aligned} NB: x_1 + x_2 &\geq 2 \\ x_1 \quad &\leq 3 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 8 \\ -x_1 + 4x_2 &\leq 12 \\ NNB: x_1; x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

8 Bestimmen Sie folgende Grenzwerte.

8.1 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{4n^2-2n+1}{2n^2-3}\right) =$ 8.2 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n+1}-\sqrt{n^2-n+1}\right) =$

8.3 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{n-2}\right)^{3n+1} =$

9 Bilden Sie jeweils die erste Ableitung.

9.1 $y = 2x \cdot e^{-x^2}$ $(x \in R)$

9.2 $y = \ln\left(2x^2-4\right)$ $\left(|x| > \sqrt{2}\right)$

9.3 $y = \frac{1+\ln(x)}{2x}$ $(x > 0)$

9.4 $y = x^{(x+1)}$ $(x > 0)$

10 Bestimmen Sie von folgender Funktion den Definitionsbereich, die Schnittstellen mit den Achsen, die Polstellen, das Verhalten in der Nähe der Polstellen, das Verhalten im Unendlichen, eventuelle Extrem- bzw. Wendepunkte und den Wertebereich.
Untersuchen Sie das Monotonie-, das Krümmungs- und das Symmetrieverhalten. Fertigen Sie eine graphische Darstellung der Funktion an **(Maßstab 1cm = 1 Einheit)**.

$$f: y = \frac{x^2}{x^2-4}$$