

Übersicht über Modelle zur Bestimmung einer optimalen Ernährung

Margot Steinel, Georg Karg

Lehrstuhl für Wirtschaftslehre des Haushalts
Technische Universität München, Freising-Weihenstephan

1 Einleitung

Ernährung kann generell an zwei verschiedenen Orten stattfinden, innerhalb und außerhalb privater Haushalte. Entsprechend haben wir die Haus-Verpflegung und die Außer-Haus-Verpflegung. Der vorliegende Beitrag beschränkt sich auf die Haus-Verpflegung, die beispielsweise nach der EVS 1983 ca. 80 % der Ausgaben für die Gesamternährung umfaßt (STATISTISCHES BUNDESAMT, 1989). Die Haus-Verpflegung wird in der Regel von einer Haushaltsperson zubereitet bzw. produziert und dann von allen Haushaltsmitgliedern verzehrt, jeweils im Rahmen bestimmter Mahlzeiten. Jene Person, die die Speisen produziert, entscheidet in der Regel darüber, welche Arten von Speisen in welchen Mengen zu den einzelnen Mahlzeiten angeboten werden. Die Auswahl der Speisen zu den einzelnen Mahlzeiten stellt ein Entscheidungsproblem dar, das in Abschnitt 2 formuliert wird. Zur optimalen Lösung dieses Entscheidungsproblems sind in der Literatur verschiedene Modelle entwickelt worden. Es ist das Ziel des Beitrags, diese Modelle in Abschnitt 3 darzustellen und in Abschnitt 4 anhand eines Beispielproblems bezüglich ihres Formulierungsaufwandes und ihrer Eignung für die Bestimmung einer optimalen Ernährung in privaten Haushalten zu vergleichen. In Abschnitt 5 wird das Dargelegte diskutiert und in Abschnitt 6 ein Ausblick gegeben.

2 Problemstellung

In privaten Haushalten bestimmt im allgemeinen die haushaltsführende Person, welche Speisen nach Art und Menge den Haushaltsmitgliedern zu den einzelnen Mahlzeiten angeboten werden. Die Bestimmung dieser Speisen stellt ein Auswahl- und Entscheidungsproblem dar. Die Lösung dieses Problems ist der Speisenplan. Zur Auswahl stehen die Speisen, die im Haushalt produziert werden können. Was produziert werden kann, wird im allgemeinen festgelegt durch die Fertigkeiten der verantwortlichen Person, die technische Ausstattung des Haushalts und das Lebensmittelangebot am Markt.

Wenn die genannte haushaltsführende Person das Auswahl- und Entscheidungsproblem rational lösen will, wird sie beachten, welche Kosten die resultierende Ernährung verursacht und welchen Nutzen sie stiftet.

Bei den Kosten können verschiedene Kostenarten unterschieden werden wie Lebensmittelkosten, Arbeitskosten, Energiekosten usw. Beim Nutzen können ebenfalls verschiedene Nutzenarten bzw. Nutzenkomponenten unterschieden werden. Dies sind beispielsweise die subjektive und die objektive Nutzenkomponente. Die subjektive ist bedingt durch die Beliebtheit bzw. Unbeliebtheit der Speisen bei den einzelnen Haushaltsmitgliedern, die objektive durch den Energie- und Nährstoffgehalt (kurz: Nährstoffgehalt) der Speisen.

Das gegebene Entscheidungsproblem wird nun rational gelöst, wenn beispielsweise ein gegebener Nutzen zu minimalen Kosten erreicht wird. Welcher gegebene Nutzen ist hier anzustreben? Beim subjektiven Nutzen soll der Speisenplan solche Speisen nach Art und Menge enthalten, die den Verzehrgeohnheiten der Mehrheit der Haushaltsmitglieder entsprechen. Beim objektiven Nutzen soll der Nährstoffgehalt der Speisen die Nährstoffbedarfe der einzelnen Haushaltsmitglieder decken.

Ein Speisenplan, der den Verzehrgeohnheiten entspricht, heißt akzeptabel. Ein Speisenplan, der den Nährstoffbedarf deckt, heißt bedarfsgerecht. Ein Speisenplan, der akzeptabel und bedarfsgerecht ist und die Kosten minimiert, wird optimaler Speisenplan genannt.

3 Darstellung der Modelle

Zur Bestimmung einer optimalen Ernährung sind in der Literatur verschiedene Modelle entwickelt worden. Formal handelt es sich um Systeme von Gleichungen und Ungleichungen in Variablen. Eine dieser Gleichungen bildet die Hauptbedingung. Dies ist die Kostengleichung. Die restlichen Gleichungen und Ungleichungen sind die Nebenbedingungen. Sie beziehen sich auf die Verzehrgeohnheiten und Nährstoffbedarfe der Haushaltsmitglieder. Die Größen, die zur Minimierung der Kosten unter Berücksichtigung der Verzehrgeohnheiten und Nährstoffbedarfe variiert werden können, sind die Variablen des Problems. Variablen sind beispielsweise Art und Menge der Lebensmittel bzw. Art und/oder Menge der Speisen, die den Haushaltsmitgliedern zu den Mahlzeiten eines gegebenen Zeitraums angeboten werden. Bei dem Zeitraum kann es sich beispielsweise um einen Tag oder eine Woche handeln. Er wird zur Vereinfachung als Planungszeitraum bezeichnet.

Die Modelle zur Bestimmung einer optimalen Ernährung weisen folgende Gemeinsamkeiten und Unterschiede auf. **Gemeinsam** sind ihnen zwei Bedingungen. Zum einen soll der Energie- und Nährstoffgehalt des Speisenplans den Energie- und Nährstoffbedarf jeder einzelnen Haushaltsperson im Planungszeitraum decken. Zum anderen sollen die Kosten der Ernährung für den gesamten Haushalt in dem genannten Zeitraum minimal sein. **Unterschiedlich** ist bei den verschiedenen Modellen die Berücksichtigung der Verzehrgeohnheiten. Die Verzehrgeohnheiten (bezüglich Speisenart und Speisemenge) werden in den verschiedenen Modellen explizit oder implizit berücksichtigt. Eine explizite Berücksichtigung bedeutet, daß beispielsweise die Art der Speisen einer Mahlzeit festgelegt ist. In einem solchen Modell ist dann die Speisenart während der Optimierung nicht mehr variabel. Eine implizite Berücksichtigung bedeutet, daß beispielsweise für die Auswahl der Speisenarten Regeln über beliebte und unbeliebte bzw. akzeptierte und nicht akzeptierte Speisenkombinationen formuliert werden. In einem solchen Modell sind dann die Speisensorten während der Optimierung noch variabel.

Somit unterscheiden sich die Modelle bezüglich ihrer Variablen. Sie lassen sich in vier Gruppen einteilen:

- variable Lebensmittelmengen → Lebensmittelmengenmodell,
- variable Speisensorten → Speisensortenmodell,
- variable Speisemengen → Speisemengenmodelle,
- variable Speisensorten und -mengen → Speisensorten- und -mengenmodelle.

Das **Lebensmittelmengenmodell** wurde 1945 von STIGLER formuliert. Es ist das erste Modell, das sich mit der Bestimmung einer optimalen Ernährung beschäftigt.

Gegeben ist dabei eine Anzahl von Lebensmitteln, die akzeptiert werden. Weitere Aspekte der Verzehrgeohnheiten werden nicht berücksichtigt. Außerdem sind der Nährstoffgehalt und die Kosten der Lebensmittel sowie der Nährstoffbedarf einer Person gegeben. **Gesucht** ist die Menge an den einzelnen Lebensmitteln, so daß der vorgegebene Nährstoffbedarf einer Person in einem Planungszeitraum gedeckt ist und die Kosten minimiert sind.

Übersicht 1: Lebensmittelmengenmodell (STIGLER, 1945)

Bedingungen	Lebensmittel					Typ	Bedarf bzw. Kosten
	q_1	q_2	q_3	...	q_L		
Nährstoff 1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	...	a_{1L}	\geq	b_1
Nährstoff 2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	...	a_{2L}	\geq	b_2
Nährstoff 3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	...	a_{3L}	\geq	b_3
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Nährstoff N	a_{N1}	a_{N2}	a_{N3}	...	a_{NL}	\geq	b_N
Kosten	c_1	c_2	c_3	...	c_L	$=$	z (min!)

Das Modell für die Lösung dieses Problems ist in Übersicht 1 dargestellt. Die Variablen q_l ($l=1, 2, \dots, L$) stehen für die Lebensmittelmengen, die Koeffizienten a_{nl} ($n=1, 2, \dots, N$; $l=1, 2, \dots, L$) für die Gehalte der L Lebensmittel an den N Nährstoffen. Der Nährstoffbedarf ist auf der rechten Seite als b_n ($n=1, 2, \dots, N$) angegeben. Die Zielfunktion, die Minimierung der Kosten, ist in der letzten Zeile formuliert.

Die Problematik dieses Modells liegt auf der Hand. Wichtige Aspekte der Verzehrsgewohnheiten, beispielsweise der Verzehr von Speisen anstatt von Lebensmitteln (Speisen sind zubereitete Lebensmittel bzw. Kombinationen von Lebensmitteln) sowie der Verzehr verschiedener Speisen zu den verschiedenen Mahlzeiten werden nicht berücksichtigt. Außerdem können die verschiedenen Bedarfe der einzelnen Hausmitglieder innerhalb einer Optimierung nicht in die Berechnung einbezogen werden. Das Modell eignet sich somit nur bedingt für die Lösung von Entscheidungsproblemen im privaten Haushalt. Es eignet sich jedoch für die Berechnung von optimalen Hilfs- und Notrationen, die hier nicht weiter betrachtet werden. Deshalb wird dieses Modell in den weiteren Ausführungen keine Berücksichtigung mehr finden.

Das **Speisenartenmodell** wurde 1964 von BALINTFY vorgestellt. Es wurde ursprünglich für Probleme der Außer-Haus-Verpflegung formuliert. Im folgenden soll geprüft werden, ob es sich auch auf das Entscheidungsproblem der Haus-Verpflegung anwenden läßt.

Gegeben ist eine Anzahl von Speisen, die akzeptiert werden, die also den Verzehrsgewohnheiten entsprechen. Gegeben sind weiterhin Speisengruppen, denen ähnliche, gleich beliebte Speisen zugeordnet werden können. Zu bestimmten Mahlzeiten werden bestimmte Speisengruppen zugelassen. Gegeben ist außerdem die Speisemenge jeder einzelnen Speise. Diese Speisemenge ist vorgegeben und kann innerhalb der Optimierung nur die Werte null und eins annehmen. Darüberhinaus sind der Nährstoffgehalt und die Kosten der Speisen (jeweils pro Portion) sowie der Nährstoffbedarf einer Person (jeweils im Planungszeitraum) gegeben. **Gesucht** sind die Speisen, die aus jeder Speisengruppe zur Auswahl kommen und den Nährstoffbedarf der Person kostenminimal decken.

Die Formulierung dieses Modells ist in Übersicht 2 dargestellt. Für jede Speise wird hierbei eine sogenannte Binärvariable verwendet (die nur einen von zwei Werten, in der Regel null oder eins, annehmen kann). Die Binärvariable nimmt den Wert eins an, wenn die Speise gewählt wird, ansonsten hat sie den Wert null. Ver-

Übersicht 2: Speisenartenmodell (BALINTFY, 1964)

Bedingungen	Speisen									Typ	Bedarf bzw. Kosten
	Speisengruppe										
	1			2			...	G			
	x_1 (0/1)	x_2 (0/1)	x_3 (0/1)	x_4 (0/1)	x_5 (0/1)	x_6 (0/1)	x_S (0/1)		
Nährstoff 1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{1S}	\geq	b_1
Nährstoff 2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	a_{2S}	\geq	b_2
Nährstoff 3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{36}	a_{3S}	\geq	b_3
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Nährstoff N	a_{N1}	a_{N2}	a_{N3}	a_{N4}	a_{N5}	a_{N6}	a_{NS}	\geq	b_N
Speisenzahl Gruppe 1	1	1	1							=	1
Speisenzahl Gruppe 2				1	1	1				=	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Speisenzahl Gruppe G								1	1	=	1
Kosten	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_S	=	z (min!)

schiedene Bedarfe können bei diesem Modell innerhalb einer Optimierung nicht berücksichtigt werden. Deshalb eignet sich das Modell nur bedingt für Probleme im privaten Haushalt (z.B. Einpersonenhaushalte und Mehrpersonenhaushalte mit Personen mit identischem Nährstoffbedarf, sofern für die Erstellung des Speisenplans eine Variation der Portionsmenge nicht gewünscht wird).

Speisenmengenmodelle wurden in der Literatur in zwei Variationen dargestellt. Sie unterscheiden sich hinsichtlich der Festlegung der Speisenart, die vor der Optimierung erfolgt.

Bei dem **Speisenmengenmodell mit vorgegebenen Speisenarten**, das 1980 von KARG formuliert wurde, werden die Speisenarten, die zu einer Mahlzeit akzeptiert werden, vom Anwender willkürlich und explizit vorgegeben. Beim **Speisenmengenmodell mit zufälligen Speisenarten**, das 1978 von WARD/HARPER/JANSEN formuliert wurde, werden die Speisenarten für eine Mahlzeit durch eine Monte-Carlo-Simulation zufällig bestimmt. Wenn eine zufällig gewählte Speisenskombination nicht den in Regeln formulierten Verzehrge-wohnheiten entspricht, wird sie verworfen und es wird eine erneute Zufallsgenerierung vorgenommen.

Für den anschließenden **Optimierungsschritt** gilt beim Speisenmengenmodell folgendes. **Gegeben** sind die Arten der Speisen, die zu den Mahlzeiten verzehrt werden. Gegeben sind außerdem Unter- und Obergrenzen, innerhalb derer die Mengen der gegebenen Speisen akzeptiert werden. Weiterhin sind Nährstoffgehalt und Kosten der Speisen sowie der Nährstoffbedarf verschiedener Haushaltspersonen gegeben. **Gesucht** sind für jede Haushaltsperson die Mengen der Speisen, so daß der Nährstoffbedarf jeder Person gedeckt ist und die Kosten für den Haushalt minimal sind.

Übersicht 3: Speisemengenmodelle (KARG, 1980 UND WARD/HARPER/JANSEN, 1978)

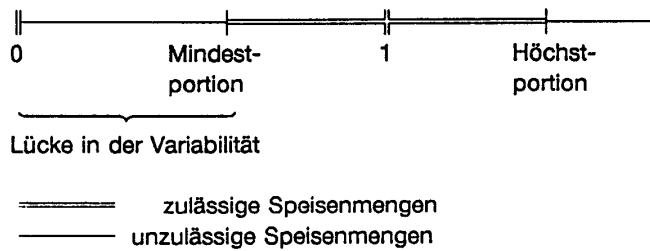
Bedingungen		Speisemengen										Typ	Bedarf bzw. Kosten
Person	Nährstoff	Person 1					Person 2						
		x_1	x_2	x_3	...	x_S	x_1	x_2	x_3	...	x_S		
1	1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	...	a_{1S}						\geq	b_{11}
	2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	...	a_{2S}						\geq	b_{12}
	:	:	:	:	:	:						:	:
	N	a_{N1}	a_{N2}	a_{N3}	...	a_{NS}						\geq	b_{1N}
2	1						a_{11}	a_{12}	a_{13}	...	a_{1S}	\geq	b_{21}
	2						a_{21}	a_{22}	a_{23}	...	a_{2S}	\geq	b_{22}
	:						:	:	:	:	:	:	
	N						a_{N1}	a_{N2}	a_{N3}	...	a_{NS}	\geq	b_{2N}
Kosten		c_1	c_2	c_3	...	c_S	c_1	c_2	c_3	...	c_S	=	z (min!)

Die Modellformulierung zur Lösung dieses Problems wird in Übersicht 3 dargestellt. Für die Menge jeder Speise und jeder Person wird eine kontinuierliche Variable verwendet. Die Deckung des Nährstoffbedarfs der verschiedenen Personen (hier sind zwei Personen dargestellt) wird für jede Person separat berücksichtigt. Deshalb muß i.d.R. auch der Nährstoffgehalt der einzelnen Speisen sooft in dem Modell vorkommen, wie Personen vorhanden sind. Da die Kosten für den gesamten Haushalt minimiert werden, können hier die Kosten für die Ernährung der einzelnen Personen in einer Zeile addiert werden.

Im Gegensatz zu den bisher dargestellten Modellen können bei den Speisemengenmodellen innerhalb einer Optimierung verschiedene Bedarfe berücksichtigt werden. Deshalb eignet sich das Modell für eine Anwendung auf Probleme in allen Privathaushalten. Bezüglich der Optimalität der resultierenden Lösung besteht jedoch folgende Einschränkung. Die Speisenart übt im allgemeinen einen wesentlich stärkeren Einfluß auf Bedarfsdeckung und Kosten des Speisenplans aus als die Speisemenge. Die Speisenart wird jedoch willkürlich oder zufällig explizit vor der Optimierung bestimmt. Deshalb ist die Optimalität der resultierenden Lösung eingeschränkt. Dies trifft für die willkürliche Auswahl stärker zu als für die zufällige.

Modelle mit **variablen Speisenarten und -mengen** sind aus folgendem Grund schwierig zu formulieren (vgl. Übersicht 4). Speisenarten werden für den Haushalt ausgewählt. Speisemengen werden personenspezifisch bestimmt. Wenn eine Speise nicht gewählt wird, muß die Speisemenge bei jeder Person null betragen. Wenn eine Speise gewählt wird, muß aufgrund der Verzehrsgewohnheiten die Speisemenge bei jeder Person zwischen personenspezifisch vorgegebenen Unter- und Obergrenzen liegen. Es besteht somit eine Lücke in der Variabilität der Speisemenge. Die Formulierung solcher Lücken der Variabilität in linearen Gleichungen ist aufwendig. In der Literatur sind zwei Modelle mit variablen Speisenarten und -mengen beschrieben: ein sukzessives und ein simultanes Speisenarten und -mengenmodell.

Übersicht 4: Lücke in der Variabilität bei Modellen mit variablen Speisenarten und -mengen



Das sukzessive Speisenarten- und -mengenmodell nach BAUR (1981) bestimmt Speisenart und -menge nacheinander und stellt somit eine Aneinanderreihung des Speisenarten- und des Speisemengenmodells dar.

Gegeben ist hierbei eine Anzahl von Speisen in Speisengruppen sowie deren Portionsgröße für die Mahlzeiten eines Planungszeitraums. Außerdem sind die Menge jeder einzelnen Speise, der Nährstoffgehalt und die Kosten der Speisen sowie der Nährstoffbedarf von verschiedenen Personen gegeben.

Das Modell erfordert **zwei** Optimierungsschritte. Der **erste** Optimierungsschritt ist ein ganzzahliges Problem nach dem Speisenartenmodell. **Gesucht** sind dabei die Arten von Speisen für die einzelnen Mahlzeiten (z.B. jeweils eine aus den zulässigen Speisengruppen), die jeweils mit der vorgegebenen Speisemenge von einer Portion den Nährstoffbedarf einer Person (z.B. der ersten Person) kostenminimal decken. Die Formulierung des ersten Schrittes entspricht dem Speisenartenmodell. Das Ergebnis des ersten Schrittes stellt die Vorgaben für den **zweiten** Schritt dar.

Gesucht ist im **zweiten** Schritt die Menge der vorgegebenen Speisen, die den Nährstoffbedarf der zweiten (dritten, vierten, usw.) Person kostenminimal decken. Zur Lösung wird das bereits vorgestellte Speisemengenmodell mit vorgegebenen Speisenarten herangezogen.

In den beiden Schritten des Modells werden verschiedene Bedarfe berücksichtigt: in Schritt eins der der Referenzperson, in Schritt zwei die der anderen Personen des Haushalts. Deshalb eignet sich dieses Modell für die Anwendung auf Probleme des privaten Haushalts. Dabei tritt jedoch folgendes Problem auf. Die Optimalität der resultierenden Lösung ist eingeschränkt, da die Fixierung der Speisemenge im ersten Schritt, der Speisenauswahl, die Lösungsmöglichkeiten unnötig begrenzt.

Das simultane Speisenarten- und -mengenmodell nach STEINEL (1992) bestimmt Speisenart und Speisemenge simultan in einem Schritt und stellt somit eine Kombination von Speisenartenmodell und Speisemengenmodell dar. Es erfordert im Gegensatz zum sukzessiven Speisenarten- und -mengenmodell nur einen Optimierungsschritt.

Gegeben ist eine Anzahl von Speisen, die den Verzehrgeohnheiten entsprechen. Die Speisen sind Speisengruppen zugeordnet. Gegeben sind außerdem Unter- und Obergrenzen, innerhalb derer die Speisemengen von den einzelnen Personen akzeptiert werden. Daneben sind der Nährstoffgehalt und die Kosten der Speisens jeweils pro Portion und der Nährstoffbedarf der einzelnen Haushaltspersonen im Planungszeitraum gegeben. **Gesucht** sind die haushaltsspezifischen Speisenarten zu den einzelnen Mahlzeiten und die perso-

Übersicht 5: Simultanes Speisenarten- und -mengenmodell (STEINEL, 1992)

Bedingungen		Speisenart				Speisenmengen										Typ	Bedarf bzw. Kosten
Person	Nährstoff	Speisengruppe				Person 1					Person 2						
		1	2	..	G	x_1	x_2	x_3	...	x_S	x_1	x_2	x_3	...	x_S		
		x_1 (0/1)	x_2 (0/1)	x_3 (0/1)	...	x_S (0/1)	a_{11}	a_{12}	a_{13}	...	a_{1S}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	...	a_{2S}	
1	1					a_{11}	a_{12}	a_{13}	...	a_{1S}						\geq	b_{11}
	2					a_{21}	a_{22}	a_{23}	...	a_{2S}						\geq	b_{12}
	:					:	:	:	:	:						:	:
	N					a_{N1}	a_{N2}	a_{N3}	...	a_{NS}						\geq	b_{1N}
2	1										a_{11}	a_{12}	a_{13}	...	a_{1S}	\geq	b_{21}
	2										a_{21}	a_{22}	a_{23}	...	a_{2S}	\geq	b_{22}
	:										:	:	:	:	:	:	:
	N										a_{N1}	a_{N2}	a_{N3}	...	a_{NS}	\geq	b_{2N}
1	-	u_{11}				-1										\leq	0
			u_{12}				-1									\leq	0
				u_{13}				-1								\leq	0
					\				\							:	:
					u_{1S}					-1						\leq	0
2	-	u_{21}									-1					\leq	0
			u_{22}									-1				\leq	0
				u_{23}									-1			\leq	0
					\				\					\		\leq	0
					u_{2S}										-1	\leq	0
1	-	$-o_{11}$				1										\leq	0
			$-o_{12}$				1									\leq	0
				$-o_{13}$				1								\leq	0
					\				\							:	:
					$-o_{1S}$					1						\leq	0
2	-	$-o_{21}$									1					\leq	0
			$-o_{22}$									1				\leq	0
				$-o_{23}$									1			\leq	0
					\				\					\		\leq	0
					$-o_{2S}$										1	\leq	0
Gruppe 1		1	1													=	1
Gruppe 2				1												=	1
:				:												:	:
Gruppe G					1											=	1
Kosten						c_1	c_2	c_3	...	c_S	c_1	c_2	c_3	...	c_S	=	z (min!)

nenspezifischen Speisemengen, so daß der Nährstoffbedarf jeder Haushaltsperson gedeckt ist und die Kosten für den Haushalt minimal sind. In dem Modell (siehe Übersicht 5) können also verschiedene Bedarfe gleichzeitig berücksichtigt werden. Es eignet sich somit für eine Anwendung auf Probleme des privaten Haushalts. Der Vorteil dieses Modells liegt darin, daß die beim sukzessiven Speisenarten- und -mengenmodell genannte Einschränkung in der Optimalität für das simultane Speisenarten- und -mengenmodell nicht mehr gilt, weil keine vorläufige Fixierung der Speisemenge erfolgt. Der Aufwand bei der Formulierung und Lösung des Problems ist jedoch hoch.

4 Vergleich der Modelle

Im folgenden wird anhand eines relativ einfachen Beispielproblems beurteilt, wie die verschiedenen Speisemengen- und Speisenarten- und -mengenmodelle den Modellzweck, nämlich die Bestimmung einer bedarfsgerechten, akzeptablen und kostenminimalen Ernährung im privaten Haushalt, erfüllen. Dazu wird zunächst das Problem dargestellt. Anschließend wird die Lösung des Problems mit den verschiedenen Modellen erläutert und diskutiert.

4.1 Problem

Gegeben ist ein Haushalt mit zwei Personen, für die zu einer Mahlzeit eine bedarfsgerechte, akzeptable und kostenminimale Ernährung bestimmt werden soll. Die beiden Personen haben unterschiedlichen Bedarf an Energie sowie den Nährstoffen Eiweiß, Fett, Natriumchlorid (NaCl), Calcium (Ca), Eisen (Fe) und den Vitaminen A, B₁, B₂ und C. Der Nährstoffbedarf dieser Personen ist in Tabelle 1 dargestellt. Gegeben sind weiterhin vier Speisengruppen mit jeweils vier Speisen, die zu einer Mahlzeit von den Personen akzeptiert werden, sowie der Nährstoffgehalt und die Lebensmittelkosten (LMK) der 16 Speisen pro Portion. Diese Daten sind in Tabelle 2 aufgelistet. Die Speisengruppen (Speisen) sind Vorsuppen (Blumenkohlsuppe, Gemüsesuppe, Möhrensuppe, Kartoffelsuppe), Fleischspeisen (Königsberger Klopse, Putenkeule, Leber, Brathähnchen), stärkereiche Beilagen (Reis, Nudeln, Semmelknödel, Petersilienkartoffeln) und Gemüsebeilagen (Kopfsalat, Spinat, Erbsen, Tomatensalat). Speisemengen werden akzeptiert, wenn sie zwischen 0,6 und 1,6 Portionen liegen. Beim Speisemengenmodell mit vorgegebenen Speisenarten ist außerdem festgelegt, daß die Personen die Speisen Blumenkohlsuppe, Königsberger Klopse, Reis und Kopfsalat verzehren möchten. Für die übrigen Modelle wird die Annahme getroffen, daß alle Speisenkombinationen akzeptiert werden. Dies vereinfacht die Formulierung, kann aber bei der Optimierung zu unüblichen Speisenkombinationen führen.

Gesucht sind Speisenart und Speisemenge eines Menüs, das aus einer Vorsuppe, einer Fleischspeise, einer stärkereichen Beilage und einer Gemüsebeilage in jeweils akzeptablen Mengen besteht, den Nährstoffbedarf jeder der beiden Personen deckt und minimale Lebensmittelkosten für den Haushalt aufweist. Es sind also für beide Personen die gleichen Speisen zu bestimmen, wobei die Speisemengen bei den Personen verschieden sein können.

4.2 Lösung

Die Ergebnisse der Berechnungen zu dem Beispielproblem mit Hilfe der verschiedenen Modelle sind in Tabelle 3 aufgeführt.

Tabelle 1: Nährstoffbedarf der Personen in dem Beispielproblem

Nährstoff	Bedingung	Bedarf pro Mahlzeit bei	
		Person 1	Person 2
Energie [kcal]	\geq	782	801
Energie [kcal]	\leq	1 043	1 062
Eiweiß [g]	\geq	18	20
Fett [g]	\geq	21,5	21,5
Fett [g]	\leq	40	45
Natriumchlorid [g]	\leq	5,0	5,0
Calcium [mg]	\geq	240	240
Eisen [mg]	\geq	5,4	6,5
Vitamin A [mg]	\geq	0,27	0,35
Vitamin B ₁ [mg]	\geq	0,07	0,1
Vitamin B ₂ [mg]	\geq	0,6	0,65
Vitamin C [mg]	\geq	30	35

Die Lösung des Problems mit Hilfe des **Speisenmengenmodells mit vorgegebenen Speisenarten** war zunächst nicht möglich. Der genannte Nährstoffbedarf der beiden Personen kann mit den erwünschten Speisen Blumenkohlsuppe, Königsberger Klopse, Reis und Kopfsalat nicht gedeckt werden. Dies betrifft v.a. den Bedarf an Calcium und Eisen. Deshalb wurde eine zunächst für die Kombination vorgeschriebene Speise durch eine andere Speise ausgetauscht. Die Speise Reis wurde durch die calcium- und eisenreichere Speise Semmelknödel ausgetauscht. Anschließend erfolgte eine erneute Optimierung mit dem Speisenmengenmodell, die zu dem Ergebnis in Tabelle 3 führte. Das Menü besteht aus Blumenkohlsuppe, Königsberger Klopse, Semmelknödel und Kopfsalat in Portionsmengen, die zwischen 0,6 und 1,6 Portionen liegen.

Mit dem **Speisenmengenmodell mit zufälligen Speisenarten** wurden im ersten Schritt zehn Kombinationen von Speisen zufällig generiert. Für acht dieser zehn Kombinationen war keine Lösung des Problems möglich. Der Nährstoffbedarf der Personen konnte mit den zufällig kombinierten Speisen nicht gedeckt werden. Von den zwei verbleibenden Speisenkombinationen, für die eine Lösung möglich war, ist jene mit den niedrigeren Minimalkosten in Tabelle 3 eingetragen. Es handelt sich um die Speisen Gemüsesuppe, Königsberger Klopse, Nudeln und Spinat. Bei Gemüsesuppe beträgt die Portionsmenge bei beiden Personen 0,6. Bei den übrigen Speisen sind die Portionsmengen der beiden Personen unterschiedlich.

Tabelle 2: Nährstoffgehalt und Lebensmittelkosten der Speisen des Beispielproblems

Speisen	Merkmale der Speisen pro Portion										
	Energie [kcal]	Eiweiß [g]	Fett [g]	NaCl [g]	Ca [mg]	Fe [mg]	Vit A [mg]	Vit B ₁ [mg]	Vit B ₂ [mg]	Vit C [mg]	LMK [DM]
Speisengruppe: Vorsuppen											
Blumenkohl-suppe	90	2	5,3	1,0	27	0,8	0,1	0,07	0,08	37	0,33
Gemüsesuppe	85	2	4,4	1,7	47	0,8	0,46	0,08	0,05	29	0,62
Möhrensuppe	79	1	4,1	1,0	26	0,5	1,05	0,04	0,03	6	0,21
Kartoffelsuppe	86	2	3,3	1,2	27	0,8	0,16	0,10	0,06	21	0,34
Speisengruppe: Fleischspeisen											
Königsberger Klopse	331	18	21,4	1,2	28	2,4	0,02	0,1	0,16	0	0,96
Putenkeule	254	29	13	1,3	4	2,8	0,02	0,13	0,26	1	1,50
Leber	190	19	9,0	0,6	13	20,6	5,42	0,29	2,95	22	0,94
Brathähnchen	318	38	15,2	1,4	32	3,5	0,1	0,16	0,3	11	1,68
Speisengruppe: Stärkereiche Beilagen											
Reis	221	4	0,3	0,9	3	0,3	0	0,03	0,01	0	0,26
Nudeln	233	7	1,6	0,9	16	0,9	0,03	0,1	0,04	0	0,35
Semmelknödel	411	18	10,4	1,8	149	2,4	0,15	0,18	0,33	3	1,04
Petersilien-kartoffeln	212	4	4,3	0,8	22	1,6	0,05	0,22	0,09	36	0,49
Speisengruppe: Gemüsebeilagen											
Kopfsalat	58	0	5,0	0,2	24	0,7	0,08	0,03	0,04	9	0,45
Spinat	106	5	4,6	1,8	255	8,2	1,42	0,22	0,46	105	0,41
Erbsen	232	4	6,8	1,0	54	3,8	0,18	0,6	0,32	53	1,43
Tomatensalat	70	1	5,1	0,2	20	0,6	0,15	0,06	0,04	27	0,50
Quelle: AID, 1984											

Tabelle 3: Optimale Speisenpläne für das Beispielproblem nach den verschiedenen Modellen

Speisen- gruppe	Speisenart	Optimale Speisemenge nach dem							
		Speisemengenmodell mit				Speisenarten- und -mengenmodell			
		vorgegebenen Speisenarten		zufälligen Speisenarten		sukzessiv		simultan	
		für Person							
		1	2	1	2	1	2	1	2
Vorsuppen	Blumenkohlsuppe	0,6	1,6	-	-	-	-	-	-
	Gemüsesuppe	-	-	0,6	0,6	-	-	-	-
	Möhrensuppe	-	-	-	-	1,0	0,6	0,95	0,66
	Kartoffelsuppe	-	-	-	-	-	-	-	-
Fleisch- speisen	Königsberger Klopse	0,6	0,95	0,82	1,15	-	-	0,76	0,86
	Putenkeule	-	-	-	-	-	-	-	-
	Leber	-	-	-	-	1,0	0,6	-	-
	Brathähnchen	-	-	-	-	-	-	-	-
Stärkereiche Beilagen	Reis	1) ¹⁾	1) ¹⁾	-	-	-	-	1,6	1,6
	Nudeln	-	-	1,6	1,2	-	-	-	-
	Semmelknödel	1,31	1,05	-	-	1,0	1,24	-	-
	Petersilienkartoffeln	-	-	-	-	-	-	-	-
Gemüse- beilagen	Kopfsalat	0,6	0,6	-	-	-	-	-	-
	Spinat	-	-	0,81	0,84	-	-	0,94	1,04
	Erbsen	-	-	-	-	1,0	0,6	-	-
	Tomatensalat	-	-	-	-	-	-	-	-

¹⁾ mit dem **Speisemengenmodell mit vorgegebenen Speisenarten** konnte keine zulässige Lösung für die gewünschte Kombination 'Blumenkohlsuppe, Königsberger Klopse, Reis, Kopfsalat' gefunden werden. Deshalb wurde die Speise Reis durch die Speise Semmelknödel ausgetauscht.

Nach dem **sukzessiven Speisenarten- und -mengenmodell** wird im ersten Schritt aus jeder Speisengruppe je eine Speise ausgewählt, so daß der Nährstoffbedarf der ersten Person kostenminimal gedeckt ist. Die ausgewählten Speisen sind Möhrensuppe, Leber, Semmelknödel und Erbsen. Die Speisemenge beträgt entsprechend der Vorgabe jeweils 1. Im zweiten Schritt werden für Person 2 die Mengen der im ersten Schritt ermittelten Speisen so bestimmt, daß der Nährstoffbedarf der zweiten Person kostenminimal gedeckt ist. Die optimalen Speisemengen für Person 2 sind ebenfalls in Tabelle 3 eingetragen. Es ist zu beachten, daß Person 2 trotz höheren Nährstoffbedarfs bis auf eine Speise geringere Speisemengen erhält als Person 1. Dies ist damit zu erklären, daß die Speisen für die Person 1 aufgrund der Festlegung der Portionsgrößen der

einzelnen Speisen im ersten Schritt zwar bedarfsgerecht und kostenminimal ausgewählt werden, jedoch mit unnötig großen Mengen, wie die nachfolgende Optimierung für Person 2 zum Ausdruck bringt.

Nach dem **simultanen Speisenarten- und -mengenmodell** werden in **einem** Schritt für den Haushalt die Art und für die beiden Personen jeweils die Menge der Speisen bestimmt, die den Nährstoffbedarf der beiden Personen kostenminimal decken. Es werden die Speisen Möhrensuppe, Königsberger Klopse, Reis und Spinat gewählt. Bei Reis liegt die Portionsmenge bei beiden Personen an der Obergrenze von 1,6. Bei den übrigen Speisen unterscheiden sich die Speisemengen für die beiden Personen.

Die minimalen Kosten der nach den verschiedenen Modellen ermittelten normativen Speisenpläne sind in Tabelle 4 dargestellt.

Tabelle 4: Kosten der optimalen Speisenpläne des Beispielproblems nach den verschiedenen Modellen

Kosten in DM für	Modell			
	Speisemengenmodell mit		Speisenarten- und -mengenmodell	
	vorgegebenen Speisenarten	zufälligen Speisenarten	sukzessiv	simultan
Person 1	2,41	2,05	3,62	1,73
Person 2	2,80	2,24	2,83	1,81
Haushalt	5,21	4,29	6,45	3,54

Nach dem Speisemengenmodell mit vorgegebenen Speisenarten betragen die minimalen Kosten des Menüs für den Haushalt 5,21 DM, nach dem Speisemengenmodell mit zufälligen Speisenarten 4,29 DM, nach dem sukzessiven Speisenarten- und -mengenmodell 6,45 DM, nach dem simultanen Speisenarten- und -mengenmodell 3,54 DM. Letzteres ist etwas mehr als die Hälfte der mit dem sukzessiven Modell bestimmten minimalen Kosten.

5 Diskussion

Das **Speisemengenmodell mit vorgegebenen Speisenarten** setzt bei einem gegebenen Speisenplan des Haushalts an. Es kann dann zwei wesentliche Beiträge zur Verbesserung der Ernährung leisten. Zum einen kann es zeigen, daß für eine gegebene Speisekombination (hier: Blumenkohlsuppe, Königsberger Klopse, Reis, Kopfsalat) kein bedarfsgerechtes Menü zusammengestellt werden kann. Zum anderen kann durch Ersetzen einzelner Speisen durch andere Speisen versucht werden, einen bedarfsgerechten Speisenplan zu finden. Wenn ein bedarfsgerechter Speisenplan möglich ist, wird zugleich der optimale bestimmt. Die Suche nach dem bedarfsgerechten Speisenplan wird vom Modell nur teilweise geleistet, indem der Anwender die Speiseart vorgibt und das Modell angibt, ob hiermit durch Variation der Speisemenge ein bedarfsgerechter Speisenplan möglich ist. Dies hat Vorteile und Nachteile. Der Vorteil liegt darin, daß der Anwender die

Speisenart selbst bestimmen kann. Der Nachteil liegt darin, daß die Suche nach dem bedarfsgerechten Speisenplan aufwendig ist und möglicherweise zu keinem Ergebnis führt.

Für das **Speisenmengenmodell mit zufälligen Speisenarten** gilt ähnliches wie für das mit vorgegebenen Speisenarten. Jedoch wird hierbei die Suche nach einem bedarfsgerechten Speisenplan vom Modell übernommen. Die Möglichkeiten des Haushalts, auf die Speisenart Einfluß zu nehmen, sind eingeschränkt. Die Speisenarten können nicht mehr vorgegeben werden. Dies erweitert die Möglichkeiten des Modells, den optimalen Speisenplan zu suchen. Da die Suche nicht gezielt, wie beim Modell mit vorgegebenen Speisenarten, sondern zufällig erfolgt, ist der Rechenaufwand hier höher. Der Aufwand für den Anwender ist bei dem Modell mit zufälligen Speisenarten jedoch geringer als bei dem Modell mit vorgegebenen Speisenarten.

Beim **sukzessiven und simultanen Speisenarten- und -mengenmodell** werden die Speisenarten und Speisemengen jeweils vom Modell durch Optimierung bestimmt. Dies geschieht beim sukzessiven Modell in getrennten Schritten und beim simultanen Modell in einem Schritt. Obgleich man annehmen könnte, daß beide Verfahren zu dem gleichen Ergebnis führen, ist dies nicht der Fall, wie das Beispielproblem gezeigt hat. Beim sukzessiven Modell werden andere, ungünstigere (d.h. teurere) Speisen ausgewählt als beim simultanen Modell. Dies liegt an der Festlegung der Portionsmenge beim ersten Schritt des sukzessiven Modells. Diese Festlegung führt zu den wesentlich höheren Minimalkosten beim sukzessiven Modell im Vergleich zum simultanen Modell (vgl. Tabelle 4).

6 Ausblick

Das "Ernährungsproblem" bestand im vorliegenden Beitrag darin, eine bedarfsgerechte, akzeptable und kostengünstige Ernährung im Rahmen der Haus-Verpflegung zu bestimmen. Es hat sich gezeigt, daß Optimierungsmodelle für die Lösung dieses Problems wichtige Beiträge leisten können. Der Anwender des Modells kann dabei in unterschiedlichem Maß auf den resultierenden Speisenplan Einfluß nehmen. Bisher fanden die Optimierungsmodelle nur Anwendung in der Ernährungswissenschaft. Damit in der Zukunft auch Anwendungen in der Ernährungspraxis erfolgen können, müssen zwei Bedingungen erfüllt sein. Die Modelle müssen nahe an der realen Entscheidungssituation im privaten Haushalt sein und ihre Implementierungen am Computer müssen anwenderfreundlich sein. Die Nähe zur realen Entscheidungssituation im privaten Haushalt konnte im simultanen Speisenarten- und -mengenmodell gegenüber bisherigen Modellen verbessert werden. Die Anwenderfreundlichkeit der Modelle ist nach wie vor unbefriedigend, da eine Vielzahl von Daten und Bedingungen in eine sehr komplexe Form aufbereitet werden müssen. Die Anwenderfreundlichkeit kann wesentlich verbessert werden, indem die Datenaufbereitung von Schnittstellen übernommen wird. Wenn es in der weiteren Entwicklung gelingt, durch geeignete Benutzeroberflächen die Anwenderfreundlichkeit zu verbessern, können Optimierungsmodelle zukünftig in der Praxis angewendet werden. Der vorrangige Einsatz wird wohl in der Ernährungsberatung von Privathaushalten liegen, wo konkrete und individuelle Informationen in Form von Empfehlungen bereitgestellt werden, deren Einhaltung einen Beitrag zur Verbesserung des Ernährungs- und Gesundheitsstatus der Bevölkerung leisten.

Literatur:

BALINTFY, J.L.: Menu Planning by Computer. Communications of the ACM 7: 255-259 (1964)

BAUR, E.: Optimale Menüs für ausgewählte Systeme der Schulverpflegung und Schülergruppen. München, Technische Universität, Fakultät für Landwirtschaft und Gartenbau, Diss., 1981

KARG, G.: Bedarfsgerechte und kostengünstige Ernährung im Familienhaushalt. In: KURATORIUM FÜR TECHNIK UND BAUWESEN IN DER LANDWIRTSCHAFT (KTBL) (HRSG.): Entscheidungsbereich Haushalt. Darmstadt, 1980 (KTBL-Schrift 257), 49-62

KARG, G.: Modelle zur Bestimmung einer optimalen menschlichen Ernährung. Hauswirtsch.Wiss. 30: 34-47 (1982)

STATISTISCHES BUNDESAMT (HRSG.): Einkommens- und Verbrauchsstichprobe 1983 - Aufwendungen privater Haushalte für Nahrungs- und Genußmittel; Mahlzeiten außer Haus. Stuttgart: Metzler-Poeschel 1989 (Fachserie 15: Wirtschaftsrechnungen, Heft 3)

STEINEL, M.: Normativer Kosten-Nutzen-Vergleich verschiedener Ernährungsformen im privaten Haushalt. Frankfurt/Main: Lang 1992 (Studien zur Haushaltsökonomie, Bd.8)

STEINEL, M.: Modelle zur Bestimmung einer optimalen Ernährung in privaten Haushalten. Z.Ernährungswiss. 32 (1993) (in Druck)

STIGLER, G.J.: The Cost of Subsistence. J. Farm Economics 27: 303-314 (1945)

WARD R.C., HARPER, J.M., JANSEN N.B.: Monte Carlo Simulation of Nutrient Based Serving Sizes of Food. J. Food Proc. Pres. 2: 155-174 (1978)