

3 Grenzwerte - Lösungen

3.1 Bestimmen Sie die Grenzwerte folgender Zahlenfolgen

$$1. a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{3-4n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(2+\frac{3}{n})}{n(\frac{3}{n}-4)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+\frac{3}{n}}{\frac{3}{n}-4} = \frac{2+0}{0-4} = -\frac{1}{2}$$

$$2. a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-3}{2-5n+7n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{4}{n}-\frac{3}{n^2}}{\frac{2}{n^2}-\frac{5}{n}+7} = \frac{0-0}{0-0+7} = 0$$

$$3. a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-n^3}{n^2+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n^3}-1}{\frac{1}{n}+\frac{5}{n^3}} = \frac{1}{0} = -\infty$$

$$4. a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3-1}{2n^3+6n-7} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5-\frac{1}{n^3}}{2+\frac{6}{n^2}-\frac{7}{n^3}} = \frac{5}{2}$$

$$5. a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-2}{3-6n} \right)^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{3}{n}-\frac{2}{n}}{\frac{3}{n}-6} \right)^2 = \left(\frac{\frac{3}{n}}{-6} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$6. a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} n \sin \frac{1}{n} = 1$$

$$7. a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{n} \right)^n = e^4$$

$$8. a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2-6}{n-2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5-\frac{6}{n^2}}{\frac{1}{n}-\frac{2}{n^2}} = \frac{5}{0} = \infty$$

3.2 Führen Sie für 1., 3., 4. und 8. aus 1.1 eine Polynomdivision durch

$$1. a_n = -\frac{1}{2} - \frac{\frac{9}{2}}{3-4n}$$

$$3. a_n = -n + \frac{5n+2}{n^2+5}$$

$$4. a_n = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} \frac{10n-11}{2n^3+6n-7}$$

$$8. a_n = 5n + 10 + \frac{14}{n-2}$$

3.3 Bestimmen Sie die Grenzwerte folgender Funktionen

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2-6}{x-2} = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2 - 6}{x - 2} = 3$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{5x^2 - 6}{x - 2} = \frac{14}{+0} = \infty \text{ (rechtsseitiger Grenzwert)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{5x^2 - 6}{x - 2} = \frac{14}{-0} = -\infty \text{ (linksseitiger Grenzwert)}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 5)}{x - 1} = x + 5 = 6$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} = 0$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = \infty$$