

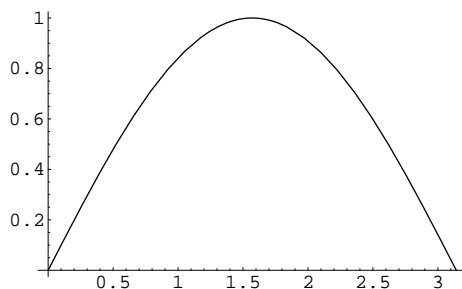
## 5 Integralrechnung - Lösungen

### 5.1 Ermitteln Sie eine Stammfunktion folgender Funktionen

1.  $\int (2x - 3e^x) dx = x^2 - 3e^x + c$
2.  $\int (x^4 - 3x^3 - 2x + 3) dx = \frac{1}{5}x^5 - \frac{3}{4}x^4 - x^2 + 3x + c$
3.  $\int 2 \sin 3x dx = -\frac{2}{3} \cos 3x + c$
4.  $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = -\frac{1}{x+1} + c$
5.  $\int \sqrt{x^3} dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{2}{5} \sqrt{x^5} + c$
6.  $\int (5x+1)e^x dx = (5x+1)e^x - \int 5e^x dx = (5x-4)e^x + c$  (partielle Integration)
7.  $\int \frac{1}{4x+3} dx = -\frac{1}{4} \ln(4x+3) + c$
8.  $\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + c$  (partielle Integration)
9.  $\int x \ln x dx = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \int \frac{1}{2}x^2 \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + c$  (partielle Integrateion)
10.  $\int \frac{1}{\sqrt{x+2}} dx = \int (x+2)^{-\frac{1}{2}} dx = 2(x+2)^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{x+2} + c$
11.  $\int \ln(3x+2) dx = \frac{1}{3}(3x+2)(\ln(3x+2) - 1) + c$
12.  $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + c$
13.  $\int \frac{1}{x^3} dx = \int x^{-3} dx = -\frac{1}{2}x^{-2} = \frac{-1}{2x^2} + c$
14.  $\int \ln x^4 dx = \int 4 \ln x dx = 4(-x + x \ln x) + c$

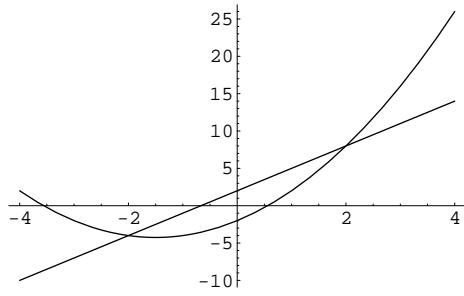
### 5.2 Anwendungen der Integralrechnung

1. Bestimmen Sie die Fläche zwischen der Kurve  $y = f(x) = \sin x$  und der  $x$ -Achse zwischen zwei Nullstellen! Skizze!



$$A = \int_0^{\pi} \sin x dx = [-\cos x]_0^{\pi} = 2$$

2. Berechnen Sie die Fläche, die von den Kurven  $y = f(x) = x^2 + 3x - 2$  und  $y = g(x) = 3x + 2$  vollständig eingeschlossen wird! Skizze!



Schnittpunkte:  $f(x) = g(x) \rightarrow x_1 = -2, x_2 = 2$

$$A = \int_{-2}^2 (g(x) - f(x)) dx = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \left[-\frac{1}{3}x^2 + 4x\right]_{-2}^2 = \frac{32}{3}$$