
Bearbeitungszeit: 180 Minuten
Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht grafikfähig), Formelsammlung, Wörterbuch
Hinweise: Bei der Bearbeitung der Aufgaben muss der **Lösungsweg** klar erkennbar sein. Das Ergebnis allein kann nicht bewertet werden. **Pro Aufgabe** ist **ein Blatt** zu verwenden. Die Anwesenheit von Handys und anderen nicht zugelassenen elektronischen Geräten führt zum Ausschluss von der Prüfung.

1 35 Personen wurden befragt, ob sie Haustiere halten. 20 gaben an, dass sie einen Hund (H), 17 eine Katze (K) und 17 einen Vogel (V) besitzen. Davon haben 8 einen Hund und eine Katze, 9 einen Hund und einen Vogel, 7 eine Katze und einen Vogel.

- 1.1 Stellen Sie den Sachverhalt in einem Mengendiagramm dar.
- 1.2 Wie viele Personen besitzen alle drei Tierarten?
- 1.3 Wie viele der Befragten besitzen nur einen Hund, kein anderes Haustier?
- 1.4 Wie viele Personen haben einen Hund und eine Katze, aber keinen Vogel?
- 1.5 Wie viele Leute haben einen Hund oder einen Vogel, aber keine Katze?
- 1.6 Wie viele Personen besitzen entweder eine Katze oder einen Vogel, aber keinen Hund?
- 1.7 Wie viele Menschen halten genau zwei Haustiere?

2 Bestimmen Sie x . (Lösungsweg und gegebenenfalls Voraussetzungen angeben!)

2.1
$$x = \left[\frac{a^{n+3} \cdot (a+b)^n}{b^{1-n} \cdot c^{n+1}} \right]^2 : \frac{(a^{n+2}) \cdot b^{2n}}{c^{5+2n} \cdot (a+b)^{3-2n}}$$

2.2
$$x = \sqrt[3]{a^2 \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt[3]{a}}$$

2.3
$$\ln \left\{ \frac{1 + \lg(x^2)}{\lg^2(x)} \right\} = \ln(3)$$

3 Bestimmen Sie die Matrix X aus $A * X - B = C + X$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

- 4 Lösen Sie folgendes LO-Problem mit dem Simplex-Algorithmus.

$$ZF: Z = 40x_1 + 50x_2 + 30x_3 \Rightarrow \max.$$

$$NB: \frac{1}{2}x_1 + x_2 + x_3 \leq 50$$

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 180$$

$$\frac{5}{2}x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 180$$

$$NNB: x_1; x_2; x_3 \geq 0$$

- 5 Eine Maschine wird zu einem Preis von 100000 Euro beschafft. Am Ende eines jeden Jahres wird vom jeweiligen Restbuchwert ein konstanter Prozentsatz abgeschrieben. Wie groß ist der Abschreibungssatz, wenn am Ende des fünften Jahres noch ein Restbuchwert von 52773 Euro vorhanden ist?

- 6 Von einer arithmetischen Zahlenfolge sind die Partialsummen $S_{10} = 4775$ und $S_{30} = 12825$ bekannt. Ermitteln Sie das erste Folgeglied a_1 , die konstante Differenz d der einzelnen Folgeglieder und das allgemeine Folgeglied a_n .

- 7 Bestimmen Sie nachfolgende Grenzwerte.

$$7.1 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3 + n - 2n^2}{3n^2 + 1} \right) =$$

$$7.2 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-3} \right)^{n-1} =$$

$$7.3 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4n^2 + 3n - 1} - 2n \right) =$$

$$7.4 \quad \lim_{x \rightarrow 3 \pm \varepsilon} \left(\frac{x^3 - 5x^2 + 7x - 3}{x - 3} \right) =$$

- 8 Bilden Sie analytisch und grafisch die Umkehrfunktion f^{-1} der Funktion

$f: y = f(x) = \log_2(x+2) + 2$. Geben Sie von beiden Funktionen die Definitionsbereiche, die Wertebereiche und die Schnittstellen mit den Achsen an. Bestimmen Sie alle Grenzwerte beider Funktionen an den Grenzen der Definitionsbereiche. Geben Sie die Transformationen der Grundfunktion der Funktion f an.

- 9 Diskutieren Sie von der Funktion $f: y = f(x) = 5 \cdot x \cdot e^{\left(-\frac{x^2}{2}\right)}$

(Definitionsbereich, Schnittstellen mit den Achsen, das Verhalten im Unendlichen, notwendige Ableitungen, Extrem- und Wendepunkte, Wertebereich. Fertigen Sie eine Zeichnung an (Maßstab für beide Achsen: 1cm = 1 Einheit) und untersuchen Sie das Monotonie-, Symmetrie- und Krümmungsverhalten.